DIE NATURWISSENSCHAFTEN

Herausgegeben von

Dr. Arnold Berliner und Prof. Dr. August Pütter

Sechster Jahrgang. 8. Februar 1918. Heft 6.

Die neueren Ergebnisse der theoretischen Physik und ihre Beziehungen zur Mathematik.

Von Dr. P. Riebesell, Hamburg.

1. Die Physik als vierdimensionale Geometrie.

Während von altersher Mathematik und Physik in engster Beziehung zueinander gestanden haben, ist neuerdings durch die Ergebnisse der Relativitätstheorie geradezu eine Vereinigung beider herbeigeführt. Bereits nach dem ersten Ausbau der speziellen Relativitätstheorie behauptete *Minkowski*, daß Raum und Zeit keine selbständige Existenz mehr besäßen und nur eine Union beider Selbständigkeit bewahre, und jetzt ist *Einstein* zu dem Schluß gekommen, daß dem Raum und der Zeit jede physikalische Gegenständlichkeit zu nehmen sei[1]).

Zu einer widerspruchslosen Darstellung der Physik gelangt man nach den neueren Anschauungen nur, wenn man im Anschluß an *Riemann* die Welt als eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit ansieht. Von jedem Ereignis werden unsern Sinnen vier Zahlen übermittelt durch die quantitativ verschiedenen Eindrücke unserer Sinnesorgane. Die Vierzahl erklärt sich vermutlich durch die Dreizahl der Bogengänge, die die räumliche Richtung übermitteln, und durch die eindimensionalen Empfindungen der Schnecke, die vielleicht als Zeitorgan anzusprechen ist. Wie dem auch sei, jedenfalls ist die Verschiedenheit der Raum- und Zeitkoordinaten lediglich durch die Sinneswahrnehmung veranlaßt; in der Physik erscheint die Zeit, wenn sie richtig aufgefaßt wird, als völlig gleichberechtigt neben den Raumkoordinaten. Daß der Raum selbst dann wieder als dreidimensional und euklidisch aufgefaßt wird, ist ebenfalls lediglich Sache der Gewöhnung und der Einfachheit. Einen absoluten Raum gibt es nicht, ebensowenig eine absolute Zeit. Eigenschaften besitzt der Raum auch nicht, allein die Dinge in ihm verleihen ihm eine Struktur. Erst die Befreiung von den althergebrachten Einschränkungen macht die Physik widerspruchsfrei.

Auf diese Weise erscheint die spezielle Relativitätstheorie als der Ausdruck für die Relativität jeder zeitlichen Richtung. Ebenso wie ein geometrisches Gebilde unverändert bleibt, wenn ich es von den verschiedensten räumlichen Richtungen aus betrachte, so wird ein physikalisches Gebilde, d. h. ein Naturvorgang, dadurch nicht beeinflußt, daß der Beobachter eine beliebige geradlinige Translation ausführt. In der vierdimensionalen Geometrie, d. h. in der Physik, ist der Übergang von einer Geschwindigkeit auf eine andere dem Übergang von einer räumlichen Richtung auf eine andere vollkommen äquivalent.

Wie aber die geometrische Welt nicht nur verschiedenen Richtungen gegenüber invariant ist, sondern auch bei abwickelbaren Deformationen ihre Eigenschaften bewahrt, vorausgesetzt, daß ich für die Betrachtung die jeder Deformation angepaßten Gaußschen Koordinaten für die Beschreibung der Eigenschaften benutze, so bleibt auch die physikalische Welt beliebigen Deformationen in zeitlicher Richtung gegenüber invariant, d. h. bei ganz beliebigen Bewegungen ändern sich die Naturgesetze nicht, vorausgesetzt, daß ich vierdimensionale Gaußsche Koordinaten benutze und für das Linienelement die allgemeine Riemannsche Gleichung anwende. Dabei ändert sich der Abstand zweier Ereignisse, wie in der Raumgeometrie der Abstand zweier Punkte, je nach dem Raumzeitkrümmungsmaß des betreffenden Weltelementes, ebenso wie in der dreidimensionalen Geometrie nach dem Krümmungsmaß des Raumes. Das Raumzeitkrümmungsmaß ist von Ort zu Ort und von Zeit zu Zeit, d. h. von Weltpunkt zu Weltpunkt, veränderlich und wird durch die Massen oder besser Energien bestimmt, die die Welt erfüllen.

Dabei wird die Welt als kontinuierliche Mannigfaltigkeit aufgefaßt. Bereits *Riemann* hat hervorgehoben, daß bei einer solchen das Prinzip der Maßverhältnisse nicht durch den Raum selbst, sondern von außen her gegeben sein müsse. *Einstein* hat diese äußere Beeinflussung durch seine Vereinigung von Mathematik und Physik geklärt. Allerdings verläßt seine Physik den bisher als real angesehenen Boden der euklidischen Geometrie und der absoluten Zeit, aber, wer der Sache auf den Grund geht, erkennt, daß die bisherigen Grundlagen mit einer voraussetzungslosen Naturerkenntnis wenig zu tun haben. Starre Bezugskörper gibt es jetzt nicht mehr, ebensowenig feste Maßverhältnisse oder bestimmte Uhrenregulierung. Die durch die Gaußschen Koordinaten gebildeten nichtstarren Bezugskörper ändern sich mit Ort und Zeit, sie werden von *Einstein* jetzt als „Bezugsmollusken" bezeichnet. Alle sind für die Darstellung der Naturgesetze gleichwertig.

Als einzige Konstante bleibt die Lichtgeschwindigkeit, die aber auch wieder von den Gravitationsfeldern abhängig ist. Inwiefern diese

[1]) Wegen der näheren Begründung muß auf das am Schluß gegebene Literaturverzeichnis, insbesondere auf die in dieser Zeitschrift bereits erschienenen Arbeiten, verwiesen werden.

universelle Konstante mit den Grundlagen unserer Zeit- und Raummessung zusammenhängt, ist noch ungeklärt. Wahrscheinlich ist, daß sie in einer Beziehung steht zu dem Gesamtkrümmungsmaß des Raumes, der nach einer neueren Untersuchung *Einsteins*, abgesehen von den zeitlichen und örtlichen Veränderungen, die die Verteilung der Massen hervorrufen, sich als sphärischer Raum darstellen läßt. Von den Astronomen ist bereits vor längerer Zeit *Harzer* für diese Auffassung eingetreten, und die Beziehungen, die früher von *Varićak* und von dem Verfasser dieser Arbeit zwischen der speziellen Relativitätstheorie und der nichteuklidischen Geometrie aufgestellt sind, lassen eine derartige Auslegung zu. Ist allerdings, wie die Quantentheorie glauben machen will, der Raum diskontinuierlich, so verlieren die Einsteinschen Untersuchungen ihre Gültigkeit. Dann müßte das Wesen der Maßbestimmung aus der Lichtgeschwindigkeit und der Planckschen Konstanten hergeleitet werden können.

2. Vererbungserscheinungen.

Zu einer weiteren Verallgemeinerung kommt man, wenn man die *Zeitkoordinate* näher betrachtet.

Wirken auf einen Körper im Laufe der Zeit mehrere Kräfte ein, so nimmt man im allgemeinen an, daß für den Endzustand nur der vorhergehende Zustand und die zuletzt wirkende Ursache maßgebend ist. Eine Wirkung der Ursachen in zeitlicher Ferne hält man wie die körperliche Fernwirkung für ausgeschlossen. *Laplace* hat ja bekanntlich diese Auffassung dahin definiert, daß ein Geist, dem alle Kräfte in der Welt bekannt wären, aus einem gegebenen Zustand die gegenwärtigen und vergangenen Zustände der Welt ableiten könnte. Diesem Ideal entspricht denn auch die klassische Mechanik. Mathematisch ausgedrückt heißt das: *alle Naturgesetze müssen durch Differentialgleichungen ausdrückbar sein*, und zwar zunächst durch Differentialgleichungen zweiter Ordnung, da die Kräfte durch die ersten und zweiten Differentialquotienten dargestellt werden.

Diesen Anschauungen scheint auch die Funktionentheorie angepaßt zu sein. Ist $y = f(x)$ als eine Funktion einer unabhängigen Veränderlichen gegeben, so ist nach dem Taylorschen Satz:

$$f(x+h) = f(x) + f'(x) \cdot h + f''(x) \cdot \frac{h^2}{2!} + \cdots$$

Das heißt, die Funktion an der Stelle $x + h$ ist, abgesehen von den Stetigkeits- und Konvergenzverhältnissen, bestimmt durch die Funktion an der Stelle x und die sämtlichen Differentialquotienten an eben dieser Stelle. Wenn wir bedenken, daß $f(x)$ eine ganz beliebige Funktion darstellt, so ergibt sich das scheinbar widerspruchsvolle Resultat, daß der fernere Verlauf bis zur endlichen Entfernung h durch die gewissermaßen mikroskopische Struktur der Differentialquotienten an einer andern Stelle bestimmt ist. Wir werden im letzten Teil dieser Arbeit auf diese Eigentümlichkeit zurückkommen.

Ein Zweifel daran, daß diese Betrachtungen zutreffend sind, ist in der klassischen Mechanik niemals aufgetreten. Alle Naturgesetze galten als Differentialgleichungen, und zwar traten meist die Raumkoordinaten als abhängig von der Zeitkoordinate auf. Ist nun aber der Zustand eines Systems nicht nur von den äußeren Kräften und dem gegenwärtigen Zustand abhängig, sondern auch von früheren Lagen des Systems, so habe ich die Zeit selbst wieder als ein Kontinuum aufzufassen, und wir erhalten Funktionen, die von unendlich vielen Unbekannten abhängen. Analytisch läßt sich eine solche Funktion folgendermaßen definieren:

Bei einem einfachen Integral $\int_a^x f(t)\,dt$

ist dieses eine Funktion der Grenze x. Die Grenze selbst wird durch Punkte dargestellt. Bei dem Doppelintegral $\int_a^x \int_b^y f(t, t')\,dt\,dt'$

ist die Grenze eine Linie, beim dreifachen Integral wäre sie durch eine Fläche dargestellt usw. Bei mehrfachen Integralen treten also mehrdimensionale Räume als Grenzen auf. Das Integral erscheint somit als eine Funktion, die von allen Werten einer andern Funktion abhängt. Im speziellen Fall der zweiten Dimension ergeben sich auf diese Weise die *Funktionen einer Linie*, die *Volterra* in die Mathematik eingeführt hat. Als geometrisches Beispiel sei die Größe einer Fläche genannt, die von der sie umgebenden Kurve abhängt. Physikalisch wäre beispielsweise die Kraft zu nennen, die eine vom Strom durchflossene Drahtkurve auf einen Magneten ausübt. Aber auch bei allen Nachwirkungs- oder Vererbungsproblemen (elastische Nachwirkung, Hysteresis) spielen diese Funktionen eine Rolle.

Betrachten wir z. B. die elastischen Erscheinungen, so gilt für sie das Hookesche Gesetz, nach dem die Deformationen δ den Spannungen s proportional sind, nicht exakt. Entlaste ich beispielsweise einen gespannten Draht, so kehrt er erst langsam in die Ruhelage zurück. Ebenso läßt das Gewicht, welches erforderlich ist, einen Faden bis zu einer bestimmten Länge zu dehnen, mit der Zeit an Größe nach, und drittens ist bei wiederholten Dehnungen die anzuwendende Kraft von den bereits vorher dem System aufgeprägt gewesenen Zuständen abhängig. Wir haben es hier mit den sogenannten *Vererbungserscheinungen* zu tun, die durchaus im Widerstreit mit der Laplaceschen Auffassung stehen. Der zukünftige Zustand des Systems hängt bei ihnen nicht nur von dem gegenwärtigen Zustand und den äußeren Kräften ab, sondern die gesamte Vorgeschichte des Systems ist für den Verlauf maßgebend. Es ist klar, daß *diese Naturerscheinungen nicht durch Differentialgleichungen darstellbar* sind. Es läßt

sich auf sie auch nicht der Taylorsche Satz mit einer endlichen Anzahl von Veränderlichen anwenden. Es versagen alle Methoden, die gewöhnlich für die Ermittlung physikalischer Gesetze angewandt werden; denn wenn ich etwa, wie dies sonst geschieht, die Deformation als Potenzreihe mit unbestimmten Koeffizienten der Potenzen der Spannung ansetze und durch Experimente die Konstanten zu bestimmen suche, so lasse ich dabei die Vererbungserscheinungen außer Acht.

Eine analytische Formulierung dieser Gesetze wird nun aber auf folgende Weise erhalten: Ist δ die Deformation und s die Spannung, so müßte unter Berücksichtigung der Nachwirkung $\delta = a \cdot s + v$ sein, wo v von allen früheren Werten von s abhängt. Fasse ich s als Funktion der Zeit auf, so ist v von allen Werten dieser Funktion abhängig. Um dann eine Darstellung von v zu erhalten, teile ich die Wirkungszeit t in die n Teile $t_1, t_2, \ldots t_n$. Ich kann dann die Funktionen $t_1 \cdot s_1$, $t_2 \cdot s_2$, ... nach dem Taylorschen Satz entwickeln und erhalte so den Ausdruck

$$\sum_i t_i s_i D_i + \frac{1}{2!} \sum_i t_i s_i \sum_k t_k s_k D_{ik} + \cdots,$$

wo mit D die betreffenden Differentialausdrücke der Taylorentwicklung bezeichnet sind. Gehe ich zur Grenze über, indem ich die Intervalle t unendlich klein und die Anzahl der Intervalle unendlich groß nehme, so liefern die Summen Integrale von immer höherer Ordnungszahl. So wird schließlich

$$v = \int_{t_0}^{t} s(\alpha)\, v(t, \alpha)\, \mathrm{d}\alpha + \frac{1}{2!} \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\alpha_1 \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\alpha_2\, s(\alpha_1)\, s(\alpha_2)\, v(t, \alpha_1, \alpha_2) + \cdots$$

die als eine verallgemeinerte Taylorsche Entwicklung bezeichnet werden kann. Damit verwandelt sich das Hookesche Gesetz in eine Integralgleichung. Berücksichtige ich nur die Glieder erster Ordnung, so wird

$$\delta(t) = a \cdot s(t) + \int_{t_0}^{t} s(\alpha)\, v(t, \alpha)\, \mathrm{d}\alpha.$$

Die durch diese Gleichung wiedergegebene Art der Vererbung wird als lineare Vererbung bezeichnet. Dabei ist die Vererbung von $-\infty$ bis t_0 außer Acht gelassen. $v(t, \alpha)$ ist der Vererbungskoeffizient, er stellt die Deformation dar, die zur Zeit t durch die Einheit der Spannung während des Zeitintervalls $\mathrm{d}\alpha$ verursacht wird. Die Lösung der Integralgleichungen, um $s(t)$ oder $v(t)$ zu bestimmen, ist von *Volterra* auf die Lösung eines Systems von unendlich vielen Gleichungen ersten Grades mit unendlich vielen Unbekannten zurückgeführt.

Im Prinzip scheinen nun, wie man sieht, die reinen Integralgleichungen der Form der Naturgesetze keine neue Art hinzuzufügen, da auch die Differentialgleichungen in der Form von Integralgleichungen geschrieben werden können. Anders wird dies aber in unserem Beispiel der Elastizitätslehre, wenn man von statischen Fragen zu dynamischen übergeht. Ich muß dann die Spannung s ersetzen durch $s - \frac{\partial^2 \delta(t)}{\partial t^2}$ und erhalte die Integraldifferentialgleichung

$$\delta(t) = a\left[s(t) - \frac{\partial^2 \delta(t)}{\partial t^2}\right] + \int_{t_0}^{t} \left[s(\alpha) - \frac{\partial^2 \delta(\alpha)}{\partial \alpha^2}\right] v(t, \alpha)\, \mathrm{d}\alpha.$$

Bei den meisten dieser Integraldifferentialgleichungen lassen sich die Ableitungen nicht mehr durch Integration wegschaffen, wir haben also einen neuen Typus von Naturgesetzen vor uns. Auch ihre Lösung vollzieht sich, wie die der reinen Integralgleichungen, durch den Übergang von einer endlichen Anzahl diskreter Veränderlicher zum Kontinuum und stellt somit eine neue Art dieses bereits den Anfangsgründen der Infinitesimalrechnung eigentümlichen Übergangs dar. *Die Bedeutung der Gleichungen für die Naturwissenschaft liegt darin, daß sie bei allen Vorgängen Anwendung finden müssen, wo neben den äußeren Kräften innere am Werke sind.* Betrachte ich z. B. die organische Natur als erzwungene Entwicklung, etwa nach der Anschauung *Lamarcks*, indem die Entwicklung lediglich durch äußere Kräfte bedingt ist, so würde der Laplacesche Geist die Entwicklung mit Hilfe seiner Differentialgleichungen übersehen können. Sind aber noch andere Kräfte ausschlaggebend — und das biogenetische Grundgesetz sowie die Vererbungsgesetze lassen diese Vermutung als sicher erscheinen —, so sind Integraldifferentialgleichungen nötig und mit ihnen der Übergang zu einer unendlichen Anzahl von Veränderlichen oder zum Kontinuum, über dessen Berechtigung der letzte Abschnitt handeln soll.

3. Das Kontinuum.

Ein eigenartiger Zwiespalt besteht zwischen den Physikern und Mathematikern, wenn man auf das Wesen der Mannigfaltigkeit, die beide als Welt bezeichnen, eingeht. Erstere nehmen eine diskrete Mannigfaltigkeit, letztere eine kontinuierliche an. Schon lange hatte die theoretische Physik mit Molekülen, Atomen, Elektronen gearbeitet, bis neuerdings auch die experimentelle Physik die Existenz dieser Gebilde zweifelsfrei nachwies. Die zahlreichen Bestimmungen der Loschmidtschen Zahl aus den verschiedensten Gebieten der Physik (Gastheorie, Brownsche Bewegung, Strahlungsgesetze, Röntgenstrahlen, Radioaktivität) und ihr übereinstimmendes Ergebnis haben die Lehre von den Atomen aus dem Stadium der Theorie in das der Tatsachen hinübergeleitet. Und die Beziehungen, die zwischen Masse und Energie gefunden sind, haben dazu geführt, die Korpuskulartheorie auch auf die Energie zu übertragen und so zur Quantentheorie Veranlassung gegeben.

Untersuchen wir nun einmal, welche Folge-

rungen diese physikalischen Theorien für den Mathematiker mit sich bringen, der bisher gewohnt war, die Stetigkeit und Differenzierbarkeit seiner Funktionen und Kurven vorauszusetzen, ja der den Übergang vom Diskontinuierlichen zum Kontinuierlichen der ganzen höheren Mathematik zugrunde legte.

Sei es, daß man den Begriff des Differentialquotienten arithmetisch oder geometrisch oder physikalisch einführt, immer nimmt man an, daß der Übergang zur Grenze von einem kleinen, aber endlichen Stück zum unendlich kleinen möglich ist. Daß sich hier schon bei der geometrischen Methode Schwierigkeiten bieten, sehen wir sofort, wenn wir mit Kreide eine Kurve zeichnen und nun mit immer stärkeren Vergrößerungen an sie herangehen, um in jedem Punkt die Tangente zu bestimmen. Daß die Stetigkeit nicht immer die Differenzierbarkeit der Kurven zur Folge hat, wissen die Mathematiker seit langem, und daß auch die Stetigkeit der Kurven eine unzulässige Beschränkung ist, zeigen die Kurven, die in der Praxis vorkommen. Im allgemeinen kann man sagen: Die Kurven, die keine Tangente besitzen, bilden die Regel, die bisher als normal betrachteten die Ausnahme.

Die mathematischen Betrachtungen, die sich an diese Frage anschlossen, schienen zunächst rein theoretische Bedeutung zu haben, während ihnen nach der Korpuskulartheorie ein eminent praktischer Wert beizumessen ist. Betrachten wir z. B. die Kurven, die bei der Brownschen Bewegung von den kleinen Teilchen beschrieben werden. Sobald die gleichmäßige Energieverteilung hergestellt ist, muß die kinetische Energie eines Teilchens gleich der eines Moleküls sein, es ist also

$$\frac{M \cdot V^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

d. h. die Geschwindigkeit eines Teilchens

$$V = v \cdot \sqrt{\frac{m}{M}}.$$

Ist das Verhältnis der Massen nun etwa 10^{10}, so wäre

$$V = 10^{-5} \cdot v,$$

beim Wasserstoff als v etwa 2 cm in der Sekunde. Diese große Geschwindigkeit ist unter dem kleinen Gesichtsfeld des Mikroskops natürlich nicht zu beobachten, in Wirklichkeit finden ja auch in der Sekunde etwa 10^9 Zusammenstöße der Moleküle untereinander statt, und, da das Teilchen bedeutend größer ist als ein Molekül, werden zwischen diesem und den Molekülen noch viel mehr Stöße vorkommen. Es ist also unmöglich, die wahre Bahn des Teilchens aufzuzeichnen, sie ist eine Zickzacklinie, deren geradlinige Teilstrecken viel kleiner sind als der Durchmesser des Teilchens. Es sind dies Kurven ohne Tangenten und Differentialquotienten. Gehe ich zu unendlich vielen Stößen über, so erhalte ich Kurven, bei denen gleichsam die Diskontinuität kontinuierlich wird. Natürlich hört die Anwendbarkeit des Taylorschen Satzes auf, aber solange die Anzahl der Unstetigkeitspunkte eine abzählbare Menge darstellt, sind sie nach *Borel* als „quasianalytische" Funktionen einer analytischen Darstellung fähig.

Dieselben Betrachtungen lassen sich auch auf solche Eigenschaften der Körper übertragen, von denen man im allgemeinen annimmt, daß sie einen stetigen Verlauf haben. Betrachten wir z. B. die Dichte der Luft in einem bestimmten Punkte. Nehmen wir eine Kugel von der Masse m und dem Volumen v, so ist die Dichte als $m : v$ definiert. Diese Dichte kann ich nur als die *mittlere* Dichte bezeichnen; denn wenn sich unsere Kugel zwischen zwei Molekülen befindet, so ist die Dichte Null, und in den Fällen, in denen die Kugel ganz oder teilweise mit einem Molekül zusammenfällt, nimmt die Dichte Werte an, die von dem Radius der gedachten Kugel abhängen. Lasse ich die Kugel immer kleiner und kleiner werden, so ist im allgemeinen die Dichte Null, und nur in den seltenen Fällen, in denen der Punkt mit dem Kern eines Moleküles zusammenfällt, nimmt die Dichte den Wert Unendlich an. Von einer Stetigkeit kann also keine Rede sein, im Gegenteil, es sind unendlich viele singuläre Punkte bei der Funktion vorhanden, sie schwankt zwischen den Werten Null und Unendlich. Somit würde das Universum als eine diskontinuierliche Mannigfaltigkeit erscheinen, ob von unendlicher oder endlicher Größe, sei dahingestellt. Die Maßverhältnisse müßten durch die Größe der Energieatome bestimmt sein, und die universellen Konstanten: Plancksche Konstante, Loschmidtsche Zahl, Lichtgeschwindigkeit, Krümmungsmaß des Raumes müßten auf eine zurückgeführt werden können. Bis dahin ist aber noch ein weiter Weg, nicht nur in der Physik, sondern auch in der Mathematik, da letztere erst anfängt, ihre Methoden den diskontinuierlichen Vorgängen anzupassen. Mit der üblichen Infinitesimalrechnung kommt man nicht aus. Vorläufig müssen wir uns daher begnügen, die Naturgesetze als Gesetze des durchschnittlichen Verhaltens, als statistische Gesetze, anzusehen, wofür die statistische Mechanik mit der Heranziehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung das Vorbild gegeben hat.

Läßt man die Diskontinuität gelten, so wird man es in der Mathematik mit einer großen Zahl von Funktionen einer Veränderlichen zu tun haben, die der Zahl der Moleküle entspricht. Der Übergang zu einer unendlichen Anzahl solcher und damit zu den Funktionen von Funktionen, wie wir ihn im 2. Abschnitt bei den Integraldifferentialgleichungen ausgeführt haben, ist nicht mehr zulässig. Die Zahl der Moleküle darf nicht als unendlich groß betrachtet werden, und somit, wie das bisher geschah, die Molekulartheorie nicht vollständig aus der Mathematik ausgeschaltet werden.

Eine andere Frage ist die, *ob es überhaupt einen Zweck für den Menschen hat, die statistischen Gesetze in exakte zu verwandeln.* Die Probleme, um die es sich hierbei handelt, hat *Borel* an einem Beispiel erläutert: Der Begriff des Ellipsoids soll auf mehrdimensionale Räume erweitert und eine analytische Gleichung eines solchen Ellipsoids hingeschrieben werden. Die Zahl der Achsen soll durch die Loschmidtsche Zahl gegeben sein. Natürlich ist es für einen Menschen unmöglich, die Gleichung überhaupt hinzuschreiben, geschweige denn sie zu untersuchen. Der Mensch wird sich eine Vorstellung von den Gesetzen, die über derartige Ellipsoide gelten, nur machen können, wenn von den Achsen selbst wieder bestimmte Bedingungen ausgesagt werden können, etwa daß sie sich nicht wesentlich voneinander unterscheiden oder in bestimmter Gesetzmäßigkeit aufeinanderfolgen. D. h. der Mensch wird bemüht sein, die zahlreichen Veränderlichen auf eine geringere Anzahl zurückzuführen oder eine Formel abzuleiten, die den wahrscheinlichsten Zustand oder Mittelzustand sämtlicher Ellipsoide wiedergibt.

Eine derartige Betrachtung läßt sich z. B. bei den Gasgesetzen anstellen. Die Zahl der Zusammenstöße eines Moleküls in der Sekunde ist von der Größenordnung 10^9, die der Gesamtzahl der Moleküle im Kubikzentimeter von der Größenordnung 10^{18}. Die Funktion, welche die Geschwindigkeitsverteilung in dem betreffenden Raum wiedergibt, wird also eine unstetige Funktion sein, die, wenn sie als Funktion der Zeit aufgetragen wird, eine Treppenkurve ist, bei der in dem Abszissenraum von 1 Sekunde 10^{27} Stufen aufeinander folgen. Die Physiker untersuchen nun aber nur den Gesamtverlauf dieser Kurve, von dem das Gesetz gilt, daß der Logarithmus der Geschwindigkeitsverteilung der Entropie proportional ist.

Diese Fragen hängen unmittelbar mit den neueren Untersuchungen der Psychophysik zusammen: *Vermag der Mensch mit seinen Sinnen überhaupt eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit* wahrzunehmen oder sind auch unsere Empfindungsreihen sprunghaft? Das Webersche Gesetz scheint für letztere Auffassung zu sprechen. Zwei Empfindungen können als gleich erscheinen, wenn auch die Reize voneinander verschieden sind. Kann ich eine Belastung meiner Hand mit 10 g und eine solche mit 11 g nicht voneinander unterscheiden, ebenso nicht 11 g und 12 g, so würde bei der Anwendung der gewöhnlichen Schlußweise der Analysis die Folgerung gezogen werden müssen, daß überhaupt alle Empfindungen einander gleich sind, was ja offenbar widersinnig ist. Die einfachste Erklärung ist die, daß einer stetigen Reihe von Reizen eine unstetige Reihe von Empfindungen entspricht. Dabei sind aber die Stellen, an denen Sprünge stattfinden, nicht festen Stellen der Reizskala zugeordnet, sondern Funktionen des Ausgangspunkts und der übrigen Teile der Vorgeschichte. Wir haben es also hier mit Funktionen zu tun, die die Eigenschaften der im 2. und in diesem Kapitel besprochenen vereinigen. Einem Einzelreiz entspricht nicht jedesmal dieselbe Einzelempfindung, die Empfindungskurve darf nicht als gewöhnliche Treppenkurve mit aufeinanderfolgenden Stufen gelten, sondern sie besteht aus lauter geradlinigen Stufen, die aber übereinandergreifen, so daß gleichen Reizen mehrere Empfindungen entsprechen und umgekehrt gleichen Empfindungen verschiedene Reize entsprechen können, je nach dem Ausgangspunkt der Kurve. Es können daher auch diskontinuierliche Reizreihen kontinuierlich wirken, wie ja das kinematographische Sehen zur Genüge zeigt. Die Sprünge in der Kurve sind dabei nicht nur von den absoluten Werten der vorhergehenden Reize abhängig, sondern auch von der Richtung und der Geschwindigkeit, mit der die Änderung vor sich geht, wir werden also zu recht komplizierten Integraldifferentialgleichungen geführt. Hierbei gilt wie in der Physik der Satz, daß ein System nur einer endlichen Anzahl von untereinander verschiedenen Zuständen fähig ist. Es geht sprungweise aus dem einen dieser Zustände in einen anderen über, ohne durch eine stetige Reihe von Zwischenzuständen hindurchzugehen.

Das alte Wort „natura non facit saltus" scheint in der organischen wie in der anorganischen Natur gründlich widerlegt. Aufgabe der Mathematik ist es, ihr Rüstzeug den neuen Forderungen der Naturwissenschaft in praktischer Form zur Verfügung zu stellen.

Literatur.

1. *E. Borel*, Introduction géométrique à quelques théories physiques. Paris 1914.

2. *A. Einstein* und *M. Großmann*, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie, Leipzig 1913.

3. *A. Einstein*, Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig 1917.

4. *A. Einstein*, Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. (Akademie der Wissenschaften. Berlin 1917.)

5. *E. Freundlich*, Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie. Berlin 1916, oder „Naturwissenschaften" 1916.

6. *Th. v. Karman*, Das Gedächtnis der Materie. („Naturwissenschaften" 1916.)

7. *K. Koffka*, Probleme der experimentellen Psychologie. („Naturwissenschaften" 1917.)

8. *J. Perrin*, Die Atome. Dresden 1914.

9. *P. Riebesell*, Über die geometrischen Deutungen der Relativitätstheorie. (Mitteilungen der Math. Gesellschaft in Hamburg, 1914.)

10. *P. Riebesell*, Die Beweise für die Relativitätstheorie. („Naturwissenschaften" 1916.)

11. *M. Schlick*, Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Berlin 1917, oder „Naturwissenschaften" 1917.

12. *V. Varičak*, Bemerkungen zur Relativtheorie. (Akademie der Wissenschaften, Agram 1914.)

13. *V. Volterra*, Drei Vorlesungen über neuere Fortschritte der mathematischen Physik. (Archiv der Mathematik und Physik, 1914.)

Besprechungen.

Triepel, Hermann, Lehrbuch der Entwickelungsgeschichte. Leipzig, G. Thieme, 1917. VII, 224 S. und 168 Textfiguren. Preis geb. M. 7,50.

Der Verfasser verfolgt die Absicht, die Tatsachen der Entwicklungsgeschichte in möglichst knapper Form zur Darstellung zu bringen, ohne so kurz zu werden, daß das Buch auf wissenschaftliche Bewertung keinen Anspruch mehr würde erheben können. Die Erscheinungen der allgemeinen Entwicklungsgeschichte sind etwas breiter behandelt, von der Entwicklung der Organe und Systeme ist nur eine Umrißzeichnung gegeben. Das Buch sucht an manchen Stellen eine selbständige Auffassung zur Geltung zu bringen, die sich mit der landläufigen nicht immer deckt. In diesem Referat sei auf die Beleuchtung hingewiesen, die zwei bedeutungsvolle Fragen gefunden haben, nämlich die Frage nach den Beziehungen zwischen *Ovulation* und *Menstruation*, die in nahem Zusammenhang mit der *Altersbestimmung bei menschlichen Embryonen* steht, und ferner die *Gastrulationsfrage*.

Wichtig ist die Reihenfolge der einzelnen Erscheinungen, aus denen sich der geschlechtliche Zyklus des menschlichen Weibes zusammensetzt. Die Führung hat die periodisch eintretende *Reifung* eines Ovarialfollikels und des eingeschlossenen Eies. An sie schließt sich das Platzen des Follikels mit dem Austritt des Eies, die *Ovulation*, an und weiterhin die Bildung des *Corpus luteum*. Der gelbe Körper bereitet nach der Auffassung *Borns* (des mittelbaren Amtsvorgängers des Verfassers) durch seine innere Sekretion die Uterusschleimhaut zur Aufnahme des befruchteten Eies vor. Ist kein befruchtetes Ei vorhanden, so kommt es zu Blutungen aus der blutüberfüllten Schleimhaut, zur *Menstruation*. Im Falle einer Schwangerschaft hat es nur einen Sinn, von einer Beziehung zu reden zwischen Ovulation und der ersten Menstruation, die ausgeblieben ist, während diejenige Menstruation, die als letzte eingetreten ist, und die Ovulation, von der das Ei stammt, zu verschiedenen Geschlechtszyklen gehören. Trotzdem sucht man aus praktischen Gründen bei Schwangerschaft den ersten Tag der letzten Menstruation festzustellen. Hierdurch kann der Arzt von Embryonen, die er bei Frühgeburt oder durch Operation in die Hand bekommt, das „*Menstrualalter*" bestimmen. Dieses ist aber nicht identisch mit dem „*wahren Alter*". Das wahre Alter ist vom Ovulationstermin an zu rechnen, denn die Befruchtung findet unmittelbar oder sehr kurze Zeit nach dem Follikelsprung statt. Die Ovulation erfolgt zwischen zwei Menstruationen, während des Intervalls. Die Lage des Termins zeigt beträchtliche individuelle Schwankungen, in Zusammenhang mit der Verschiedenheit der Dauer des Geschlechtszyklus. Im Mittel findet die Ovulation zwei Wochen nach dem Beginn einer Menstruation statt, und um denselben Betrag weicht das wahre Alter von Embryonen von ihrem Menstrualalter ab. Dasselbe Verhältnis zeigt sich beim Vergleich von *Altersbestimmungen*, die auf verschiedene Weise gewonnen wurden. Das wahre Alter eines Embryos wird geschätzt, indem man ihn mit anderen, bereits genau analysierten Embryonen vergleicht, unter Berücksichtigung seiner Organisation, des Baus seiner Hüllen und, wenn möglich, der Kohabitationen, die vor dem Eintritt der Schwangerschaft stattgefunden haben. Die wahre Dauer einer Schwangerschaft beträgt im Mittel nicht, wie man gewöhnlich annimmt, 280, sondern 266 Tage.

In der *Gastrulationsfrage* sucht der Verfasser die auf *Kupffer* und die auf *Hubrecht* zurückgehenden Anschauungen zu vereinigen. Nach ihm ist *Gastrulation* die Bildung des die erste Darmanlage enthaltenden Keimes der Metazoen; das sog. Dotterblatt der höheren Formen ist das innere Keimblatt, das Entoderm. Die Chorda gehört zum Mesoderm, und die Bildung des eine Chordaanlage zeigenden dreiblättrigen Keimes der Chordaten heißt *Chordulation*. Die Chordulation ist entodermal nur bei Amphioxus; bei allen höheren Formen werden Chorda und Mesoderm wesentlich vom Ektoderm gebildet, wenn sie auch öfter Zuwachs von seiten des Entoderms erhalten. Sehr klar läßt sich die ektodermale Chordulation beim Menschen nachweisen. Die mehr oder weniger deutliche Invagination, die an den Keimscheiben und Schilden von Vögeln und Säugetieren vorkommt, ist nicht als Gastrulation, sondern als Chordulation zu bezeichnen. Aber doch wird hier, wie bei allen höheren Formen, von den Cyclostomen und Fischen an, entodermales Material, das ursprünglich an der Oberfläche des Keimes lag, bei der ektodermalen Chordulation in die Tiefe verlagert, zur Ergänzung des Darmentoderms. Das verlagerte Material ist das *Urentoderm*, das ein Bindeglied zwischen der Gastrulations- und Chordulationstheorie darstellt. Die ektodermale Chordulation erscheint ursprünglich als eine Ergänzung zur Invaginationsgastrulation der Evertebraten und des Amphioxus. Das regelmäßige Auftreten des *Canalis neurentericus* ist als eine Konvergenzerscheinung aufzufassen, da die Wand des Kanals zunächst aus entodermalem, später teilweise oder ganz aus ektodermalem Material entsteht.

Autoreferat.

Hauser, O., Der Mensch vor 100 000 Jahren. Leipzig, F. A. Brockhaus, 1917. 142 S., 96 Abbildungen und 3 Karten. Preis geh. M. 3,—, geb. M. 4.—.

Hausers Buch — das sagt uns schon der Name des bekannten Verlags — ist für die interessierten Kreise eines breiten Publikums geschrieben. Dieser Gesichtspunkt muß maßgebend sein auch für die Beurteilung des Werkes. Es will nicht dem Gelehrten eine lückenlose Darstellung bieten von allem, was die Wissenschaft bis heute über die Uranfänge der Menschheit, über den Diluvialmenschen, seine Natur und seine Kultur festgestellt hat, sondern will vor allem dem weniger Orientierten die dunkelsten Daseinsanfänge des Menschen beleuchten und ihn einführen in die wichtigsten Phasen der Entwicklungsgeschichte des eigenen Geschlechts. Das Buch ist daher einfach und klar geschrieben; es vermeidet tunlichst überflüssige Gelehrsamkeit und unnötige Fachausdrücke. Der Leser lernt aus dem persönlichen Erleben, aus der eigenen Forschertätigkeit des Verfassers, die mancherlei Hemmnisse und Schwierigkeiten, die die Ausgrabungstätigkeit mit sich bringt, die nicht ohne harte Arbeit und zielbewußtes Vorgehen errungenen großen Erfolge, die unverfälschte Entdeckerfreude, wir erleben sie mit — dank der lebendigen Darstellung des Verfassers — und lesen das Buch von Kapitel zu Kapitel mit wachsender Spannung.

Mit viel Humor schildert *Hauser* im Anfangskapitel seine erste Fahrt in die damals noch dem großen Reisestrom weit entrückte Dordogne. Im zweiten Kapitel erfahren wir von seinen ersten Grabungen in *La Micoque*, jener reichhaltigen urgeschichtlichen Siedelung, der *Hauser* später, nach 8 Jahre langer Grabetätigkeit, über die uns im 9. Kapitel berichtet wird, (1916) eine eigene Monographie gewidmet hat.

Das vierte, sechste und siebente Kapitel bringen die Entdeckungen und Hebungen der beiden Skelette des Diluvialmenschen, die *Hausers* Namen in der gebildeten Welt aller Länder bekannt gemacht haben und die heute zu den wertvollsten Erwerbungen der prähistorischen Abteilung der Königlichen Museen in Berlin gehören. Dazwischen werden uns wichtige Entdeckungen in der Magdalénienstation Laugerie basse mitgeteilt, und in weiteren Abschnitten des Buches lernen wir die Jagdmethoden (Kapitel 8), die Epochen des Herdfeuers, Bestattung u. a. (Kap. 10) und eine Opferstätte des Urmenschen (Kapitel 11) kennen. So führt uns *Hauser* von Station zu Station seines großen Ausgrabungsgebietes im Vézèretale und läßt so den Eiszeitmenschen mit seinem Leben und Treiben und in seiner körperlichen und kulturellen Entwicklung lebendig vor uns wieder erstehen.

Das 12. bis 14. Kapitel sind allgemeineren und mehr zusammenfassenden Inhalts, während das 15. und letzte die Kunst der Ausgrabung behandelt.

Das Buch erhält durch zahlreiche Bildertafeln einen besonderen Schmuck und eine wirksame Ergänzung des Textes.

Hauser hat die Muße zur Abfassung des Buches wie anderer Schreibtischarbeiten dadurch gefunden, daß er bei Ausbruch des Krieges von seinem Forschungsfelde vertrieben, alles im Stich lassen mußte, was er „in anderthalb Jahrzehnten heißen Mühens und Ringens geschaffen und aufgebaut hatte". Möge es ihm vergönnt sein, im hoffentlich nicht mehr zu fernen Frieden seine Grabungen in vollem Umfange wieder aufnehmen zu können und der Wissenschaft vom Menschen auch weiterhin die wertvollsten Dokumente zu liefern. Mögen diejenigen bei uns, die in diesem Kriege nicht ärmer geworden sind, es dann für ihre Ehrenpflicht ansehen, im Interesse deutscher Wissenschaft, die *Hauser* vieles verdankt, ihm die Wiederaufnahme seiner Aufgabe zu erleichtern.

E. Werth, Berlin-Wilmersdorf.

Daniel, J. Frank, The Anatomy of Heptanchus Maculatus. The Endoskeleton. University of California Publications in Zoology, Vol. *16*, No. 18, pp. 349 bis 370, tab. 27—29, 8 Textfig. Dez. 28. 1916.

Bekanntlich sind die Notidaniden (Grauhaie) dadurch von großem vergleichend-anatomischen Interesse, daß sie in vieler Beziehung, z. B. in der Wirbelsäule (Diplospondylie), primitive Organisationsverhältnisse aufweisen und vielleicht als die ursprünglichsten Formen der lebenden Haifische zu betrachten sind. Eigentümlicherweise besitzen diese Formen nicht die übliche Zahl von 5 Kiemenspalten, sondern 6, die von *Daniel* behandelte Gattung Heptanchus sogar 7 Kiemenspalten. Man könnte auch darin ein primitives Verhalten erblicken, denn wenn wir das Zeugnis von Amphioxus, des primitivsten Wirbeltierverwandten, mit seiner großen Kiemenspaltenzahl heranziehen dürfen, so werden wir uns die Ansicht bilden können, daß die geringe Zahl der Fischkiemenspalten den Rest einer früheren reicheren Kiemenserie darstellt, die bei Heptanchus in etwas ursprünglicherem Stadium beibehalten wäre. Es könnte indessen auch eine sekundäre Vermehrung der Kiemenspaltenzahl vorliegen. *Daniel* hat sich die Aufgabe gestellt, die Anatomie von Heptanchus maculatus genau zu behandeln, und bringt in der vorliegenden Schrift zunächst die Bearbeitung des Innenskeletts. Allgemeine Schlußfolgerungen sind noch nicht gezogen, doch scheint *Daniel* zu der Ansicht zu neigen, daß die Notidaniden tatsächlich einen ursprünglicheren, allgemeineren Bauplan repräsentieren, als die gewöhnlichen Haie — auch im Kiemenskelett, in dem sich Andeutungen weiterer rudimentärer Kiemenbögen finden.

S. Becher, Rostock.

Mineralogisch-petrographische Mitteilungen.[1])

Auf dem Gebiete der Kristallchemie sind in letzter Zeit **analytisch-statistische Untersuchungen** aus der Feder *H. E. Boekes* erschienen, welche uns belehren, wieweit die bisher bei bestimmten Mineralarten, wie Augiten, Hornblenden, den Granaten usf. aufgestellten Mischungstheorien mit den Tatsachen übereinstimmen. In Fortsetzung früherer Untersuchungen hat *Boeke* den chemischen Charakter der Turmaline eingehend nachgeprüft; die Arbeit (*Neues Jahrb. f. Min.* usw. *1916, II*, S. 109—148) ist deshalb von ganz besonderem Interesse, weil sie zum ersten Male eine Anwendung mehrdimensionaler Geometrie auf die Probleme der Gleichgewichte in Vielstoffsystemen (d. h. von Systemen mit fünf und mehr Komponenten) enthält. Wenn es auch natürlich den Rahmen der hier beabsichtigten Mitteilungen bei weitem überschreiten möchte, auf nähere Einzelheiten einzugehen, so sei doch hier der Hinweis verstattet, daß es künftighin nicht mehr ausgeschlossen ist, polynäre Mischkristallbildungen in mineralischen Stoffen nachzuweisen, ja daß wir die Hoffnung haben dürfen, dereinst jedes Vielstoffsystem graphisch darzustellen und daran anschließend jede Aufgabe z. B. in den magmatischen Vielstoffsystemen lösbar zu machen. Eine allgemeine Darstellung der in Vierstoffsystemen zu erwartenden Gleichgewichte hat ebenfalls *H. E. Boeke* (*Zeitschr. f. anorg. Ch. 98*, 1916, S. 203—222) bereits gegeben, und in einer neueren Arbeit hat *W. Eitel* (ibid. *100*, 1917, S. 95—142) im Anschluß an die oben genannte Untersuchung über die Mischkristalle in der Turmalingruppe eine theoretische Darstellung der Gleichgewichte in Vielstoffsystemen entworfen, welche also im Prinzip die Lösung der oben gestellten Aufgaben bei der Untersuchung der Magmen bereits enthält.

Gegenüber diesen rein theoretischen oder wenigstens auf analytisch-statistischem Wege angestellten Untersuchungen ist die Experimentalforschung über die **Schmelzgleichgewichte in petrographisch wichtigen Systemen** durch die heute obwaltenden Schwierigkeiten technischer Art nicht eben erheblich vorgedrungen. Als die wichtigste derartige Arbeit der neueren Zeit ist wohl diejenige von *G. A. Rankin* und *H. E. Merwin* (*Zeitschr. f. anorg. Ch. 96*, 1916, S. 291—316) über das ternäre System $CaO—Al_2O_3—MgO$ zu nennen. Es wird nämlich in ihr gezeigt, daß die Tonerde nicht nur in der Form des gewöhnlichen Korundes aufzutreten vermag, sondern daß auch eine wahrscheinlich monotrope β-Modifikation dieser Kristallart vorkommen kann, welche hexagonal kristallisiert und durch ihre starke Doppelbrechung bei geringerer Lichtbrechung auffällt. Besonders interessant ist des weiteren, daß die α-Modifikation mit der Mineralart $MgO . Al_2O_3$, dem gewöhnlichen Spinell, weitgehend isomorph mischbar ist, die β-Modifikation aber kaum

[1]) An dieser Stelle sollen in zwangloser Folge nach Art der „Kleinen Mitteilungen" die wichtigsten neueren Arbeiten besprochen werden, welche auf dem Gebiete der Mineralogie und der Gesteinskunde, insbesondere in dem genetischen und physikalisch-chemischen Zweige dieser Wissenschaften erschienen sind.

etwas davon aufzunehmen vermag. Durch die bei der Erschmelzung der untersuchten Substanzen erforderlichen Temperaturen ist die experimentelle Einzelarbeit sehr lehrreich, liegen doch die meisten der gefundenen Verflüssigungstemperaturen höher als 1600°.

Besondere experimentelle Schwierigkeiten sind in denjenigen phasentheoretischen Untersuchungen zu überwinden, bei welchen eine der mit zu berücksichtigenden Komponenten merklich oder sogar leicht flüchtig ist. Wenn auch vom rein theoretischen Standpunkte aus die meisten der hier vorliegenden einfacheren Probleme im Prinzip schon gelöst sind, oder doch wenigstens geeignete Beispiele für die jeweils zu erwartenden Typen durchforscht wurden, so sind doch gerade diejenigen Systeme mit flüchtigen Komponenten bislang ungeklärt gewesen, welche bei den minero- und petrogenetisch wichtigen Vorgängen der hydrothermalen, der thermometamorphen und dynamometamorphen Bildungen in Betracht kommen müssen. Die schwierigen **Probleme der flüchtigen Anteile in den Gesteinsmagmen** und damit im Zusammenhang in den pegmatitisch-pyrohydatogenen Phasen der magmatischen Erstarrung sind durch einige gründlegend wichtige theoretische Arbeiten von *P. Niggli* über die Rolle der Mineralisatoren im Magma berührt worden. Da durch die hohen experimentellen Schwierigkeiten der Nachahmung des Vorganges der Mineralbildung in den mit Wasserdämpfen durchtränkten Silikatmagmen eine direkte Erforschung der hier aufspringenden Fragen vorläufig noch nicht möglich ist, hat der genannte Autor in einer neueren Arbeit (*Zeitschr. f. anorg. u. allg. Ch. 98*, 1916, S. 241—326) sich den Gleichgewichten zugewandt, welche in Karbonatgesteinen durch Kontaktmetamorphose an silikatischen Magmen sich einstellen müssen; es wird also das leichtflüchtige Kohlendioxyd mit in die Untersuchung einbezogen. Von besonderem Werte ist bei dieser Arbeit für den Mineralogen, daß auch die Bildungsbedingungen für die charakteristischen Titanmineralien der kontaktmetamorphen Facies in karbonatischen Gesteinen, also insbesondere die des Perowskites, durch die Klarstellung der Gleichgewichte, z. B. im System $CaO—CO_2—TiO_2$, bzw. des Wollastonits, $CaSiO_3$, im System $CaO—CO_2—SiO_2$ eingehende Berücksichtigung erfahren. Zunächst ergab sich eine ganz außerordentliche Beständigkeit des Perowskit-Gleichgewichtes

$$CaCO_3 + TiO_2 \rightleftarrows CaTiO_3 + CO_2$$

im Sinne des Pfeiles nach rechts bei Temperaturen, welche für die bei der Kontaktmetamorphose gegebenen Zustandsbedingungen durchaus in Betracht kommen müssen. Im entsprechenden System der Kieselsäure mit dem Calciumkarbonat ist zu beachten, daß nur dann, wenn die vorhandene Menge des Karbonates mindestens doppelt so groß ist als diejenige des Siliciumdioxydes, ein Calciumorthosilikat der Formel Ca_2SiO_4 in die Erscheinung treten kann. Wenn auch dieses Orthosilikat bis jetzt noch niemals in der Natur in freiem Zustande beobachtet worden ist, so wolle man doch beachten, daß es in dem Monticellit ($= CaSiO_4 . MgSiO_4$) eine Rolle spielt, und daß dieses merkwürdige Mineral in eingeschmolzenen, also jedenfalls stark metamorph veränderten karbonatischen Schollen nicht eben selten anzutreffen ist. Im Zusammenhang mit den Bildungsbedingungen des Wollastonites ist es für den Mineralogen und auch für den Petrographen von höchstem Interesse, daß es *Niggli* gelungen ist nachzuweisen, daß neben der Kristallart Calcit unter allen bis jetzt sicher erforschten Druck- und Temperaturbedingungen, d. h. zwischen 800 und 900° und bei einem CO_2-Druck von 1 atm, nur das Orthosilikat stabil sein kann, daß aber die vielgenannte Paragenese des Calcites mit dem Wollastonit offenbar anderen Zustandsverhältnissen angehört, und daß auch die in Carrara so schön beobachteten Zusammenvorkommnisse von Calcit und freier Kieselsäure in Gestalt des Quarzes wiederum ganz anderen Bildungsbedingungen bei offenbar viel niedrigeren Temperaturen entsprechen müssen. Endlich ist die neueste Arbeit des genannten Forschers dadurch von ganz besonderem Werte, weil sie uns auf eigenartige Beziehungen in der chemischen Natur der mineralischen Alkalialumosilikate aufmerksam macht. Betrachten wir die Kristallarten der Gruppen der Feldspate und der Feldspatvertreter in bezug auf ihren chemischen Charakter, so sehen wir ohne weiteres, daß in allen Alkalialumosilikaten der genannten Familien die Kieselsäure zu dem Rest $R_2O . Al_2O_3$ (worin R = K oder Na, seltener Rb, Cs usw.) ganz genau so herantritt wie etwa das Kristallwasser in den gewöhnlichen Hydraten zu den integrierenden Bestandteilen derselben. Das hiermit angedeutete Prinzip, welches für die Mineralbildung aus den magmatischen Schmelzflüssen also ähnliche Gesetzmäßigkeiten wie bei der Kristallisation der ozeanischen Salze aus dem Meerwasser erwarten läßt, ist in seiner Bedeutung für die Fortentwicklung unserer Kenntnisse von der Dynamik dieser Vorgänge von noch nicht abzuschätzender Tragweite. Beachten wir ferner, daß auch die Mineralvergesellschaftungen in den Magmengesteinen dadurch berührt werden müssen, so erkennen wir die Bedeutung des angemerkten Prinzipes für die Erforschung der so ungemein verwickelten und schwierigen Probleme der magmatischen Differentiation, so daß wir mit Spannung den kommenden Fortsetzungen der besprochenen Arbeiten entgegensehen dürfen.

Von den übrigen Einzelgebieten innerhalb der Mineralchemie ist die **Kolloidchemie der mineralischen Naturkörper** in neuester Zeit durch eine schöne Experimentaluntersuchung von *W. Bachmann* (*Zeitschr. f. anorg. u. allg. Ch. 100*, 1917, S. 1—76) bereichert worden, in der insbesondere die in den klassischen Arbeiten *van Bemmelens* beschriebenen Dampfspannungsisothermen des Kieselsäuregels neuerdings diskutiert werden. Es wurde der direkte Versuch gemacht, die Isotherme für gealterte natürliche Gele der Kieselsäure, also z. B. für den Opal, aufzunehmen, leider bei diesem Mineral selbst ohne besonderen Erfolg, offenbar, weil die Poren der im Gerüst des vorliegenden Gels anzunehmenden Hohlräume verstopft waren. Einen unbestreitbaren Erfolg hatte aber der Versuch bei einem Hydrophan, welcher ein wohlausgebildetes Hohlraumsystem zu besitzen scheint und vor allen Dingen dadurch interessant ist, daß er als Endzustand der Alterung eines Kieselsäuregels gelten kann, in dem Sinne, wie *van Bemmelen* (s. *Die Absorption*, Dresden 1910, S. 222 und 225) einen solchen bei der Betrachtung von Kieselsäuregelen verschiedener Alterung angenommen hat. Bemerkenswert ist auch die Untersuchung der Dampfspannungsisothermen in den Gelen der Calciumpermutite, welche nach ihrem solcherart festgestellten Verhalten den bekannten gewöhnlichen Gelen der Kieselsäure durchaus entsprechen und uns solcherweise wichtige Ausblicke auf die Natur und die Reaktionsfähigkeit der Kolloide des Erdbodens eröffnen, welche direkt als Bodenzeolithe angesprochen worden dürfen.

Das Studium der **Salzablagerungen aus dem Meerwasser** ist nach den klassischen Untersuchungen *van't Hoffs* in mannigfaltiger Weise fortgesetzt worden. Mit dem Hinweis auf einige speziellere Arbeiten, wie diejenigen *M. Rózsas* (*Zeitschr. f. anorg. Ch. 97*, 1916, S. 41—55; *98*, 1916, S. 326—332), *R. Lachmanns* (*Neues Jahrb. f. Min.* usw. *1916*, II, S. 165—176) usw. wollen wir hier nur andeuten, wie verschiedenartig die in den Kalisalzablagerungen sich darbietenden Verhältnisse sich gestalten können; man wird bei der Lektüre der erwähnten Arbeiten den Eindruck gewinnen, daß die Metamorphose der Salzlagerstätten noch immer ein schwieriges Kapitel der Anwendung der van't Hoffschen Untersuchungen geblieben ist. In einer überaus dankenswerten Arbeit hat *E. Jaenecke* versucht, eine vollständige Übersicht über die Lösungen ozeanischer Salze in bezug auf die aus ihnen stattfindenden Kristallisationen zu geben (s. *Zeitschr. f. anorg. u. allg. Ch. 100*, 1917, S. 161—236). Die erwähnte zusammenfassende Übersicht ist noch nicht abgeschlossen, aber es erhellt aus dem bisher Erschienenen, wie die Resultate der van't Hoffschen Untersuchungen, insbesondere in der durch *d'Ans* erweiterten Form, auf die Temperaturstufen 0—25°, 25—55°, 55—83° und 83—120° zu beziehen sind. Die Gleichgewichte in der gesamten Darstellung innerhalb eines prismatischen Raumes, dessen Höhenlinien alsdann den Temperaturen entsprechen, können wir hier im einzelnen natürlich nicht ableiten und schildern, es genügt, hervorgehoben zu haben, daß es von jetzt ab mit Hilfe der in der genannten Arbeit gegebenen Darstellung möglich ist, für jede Temperatur innerhalb der Grenzen von 0° und 120° für jede wässrige Lösung mit den charakteristischen Komponenten NaCl, KCl, $MgCl_2$ und $MgSO_4$ die vorauszusehenden Gleichgewichte anzugeben und auch quantitativ abzuleiten, wieviel von jeder möglichen Krystallart aus ihr beim Abdunsten des Wassers sich abscheiden muß. Wenn wir berücksichtigen, daß *Jaenecke* in einer späteren Arbeit auch noch die für die konstanten Lösungen kennzeichnenden Wassergehalte in der graphischen Darstellung der gesamten Gleichgewichte in den Lösungen ozeanischer Salze zum Ausdruck bringen will, so sehen wir in der begonnenen Arbeit die Vollendung und den Abschluß der klassischen Untersuchungen *van't Hoffs* und seiner Schüler gewährleistet.

Die Untersuchungen über den **Feinbau der kristallisierten Materie** mit Hilfe des Lauediagrammes stehen immer noch im Vordergrunde des Interesses für Fragen nach der physikalischen Natur der Mineralien. Da aus der vor allen berufenen Feder *F. Rinnes* in dieser Zeitschrift (s. *Naturwissenschaften 1916*, Heft 17 und 18 sowie *1917*, Heft 4) eine vortreffliche Darstellung der vom mineralogischen Standpunkte anzuregenden Probleme, insbesondere hinsichtlich der Symmetrie der Kristalle und ihrer Äußerung in den Elementen des Feingefüges gegeben worden ist, brauchen wir in den vorliegenden Notizen den Interessenten nur noch auf die ausgezeichneten Arbeiten desselben Autors über den beregten Gegenstand aufmerksam zu machen (s. *Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Kl. 67*, 1915, S. 303—340; *68*, 1915, S. 11—45; *Zeitschr. f. anorg. Ch. 96*, 1916, S. 317—352; *Neues Jahrb. f. Min.* usw. *1916*, II, S. 47 bis 108). In einer Experimentaluntersuchung über die Aggregatzustände verschiedener Kieselsäurearten hat sich *S. Kyropoulos* (*Zeitschr. f. anorg. u. allg. Ch. 99*, 1917, S. 197—200) die Aufgabe gestellt, mit Hilfe der Röntgenstrahleninterferenzbilder die feingepulverten Stoffe in ihrer isotropen oder anisotropen Beschaffenheit zu identifizieren. Dabei wird die von *P. Debye* und *P. Scherrer* (s. *Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. Gött., math.-phys. Kl. 1916*) theoretisch abgeleitete Erscheinung als entscheidendes Kriterium benutzt, daß die Beugung des Röntgenlichtes an amorphen Pulvern eine eigentümliche kontinuierliche Änderung der Intensität der Schwärzung der photographischen Platte um den zentralen Durchstichspunkt des primären Strahles herum verursacht, daß aber an anisotropen Pulvern die Intensitäten periodische und jedenfalls diskontinuierliche Maxima und Minima erreichen, welche also in den fertigen Aufnahmen als scharfe Ringe um den zentralen Punkt in die Erscheinung treten müssen. In der schönen Untersuchung von *Kyropoulos* stellte es sich überzeugend heraus, daß Pulver von Quarz und von Christobalit (regulär-mimetisch kristallisiertes Siliciumdioxyd) charakteristische Unterschiedlichkeiten im Aussehen der gewonnenen Interferenzbilder bemerken lassen, daß also die Raumgitter der beiden Kristallarten bei aller chemischen Analogie doch durchaus verschieden gefügt sein müssen. Wie nach den Darlegungen von *Debye* und *Scherrer* zu erwarten war, zeigt das Quarzglas als amorphe isotrope Phase des Siliciumdioxydes das sehr kennzeichnende Beugungsbild mit kontinuierlicher Verteilung der Schwärzungsintensitäten; desgleichen ließ ein Präparat gefällter und kolloidaler Kieselsäure das typische Interferenzbild isotroper Medien ohne eine Andeutung eines Intensitätsmaximums erkennen. Durch thermische Behandlung der amorphen Produkte gelingt es aber, die Entstehung kristalliner Materie in den solcherart exponierten Proben zu veranschaulichen, indem dann die typischen Interferenzbilder mit Ringen wiederum zur Ausbildung kommen (vgl. den Vorgang der Entglasung).

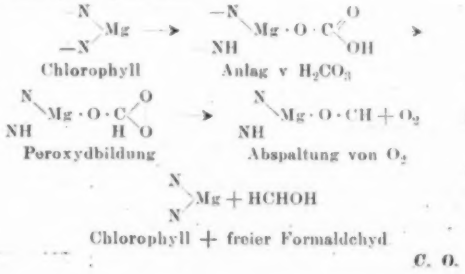
Von hohem allgemeineren Interesse dürften die von *O. Ruff* (*Zeitschr. f. anorg. u. allg. Ch. 99*, 1917, S. 73 bis 104) unter Aufwand bedeutender experimenteller Kunst und großer technischer Hilfsmittel angestellten Versuche sein, den **Diamanten in seinen Bildungsbedingungen** zu erforschen. Es werden in der erwähnten Arbeit vor allen Dingen die Aussichten einer technisch verwertbaren Methode zur Gewinnung des so heiß begehrten Minerales systematisch nachgeprüft, es wurde deshalb auch versucht, fertige Diamanten wachsen zu lassen. Dabei lag naturgemäß am nächsten, aus Gasen, Dämpfen, sowohl organischer als auch anorganischer Natur, bei allen möglichen Temperaturen den Kohlenstoff zur Abscheidung zu bringen, und es wurde alsdann nachgeprüft, ob Diamantsubstanz in diesem vorhanden sei, bzw. ob primär vorhandene einen Zuwachs erfahren habe. Von erstaunlicher Kühnheit sind die Versuche, Kohlenstoffdampf selbst bei der Temperatur des elektrischen Lichtbogens (ca. 3500 bis 4000°) in niedrige Temperaturen abzuschrecken. Es wurde ein Lichtbogen mit 5000 Volt Zündspannung und ½ Amp. Stromstärke unter flüssiger Luft gezogen, so daß ein Temperatursprung von mehr als etwa 4000 Wärmegraden auf wenige Millimeter dem Kohlenstoffdampf begegnen mußte! Es ist nicht zu bezweifeln, daß *Ruff* hier tatsächlich einige kleine Splitterchen von der Eigenschaft des Diamanten erhalten hat. Sämtliche Versuche aber, aus flüssigen anorganischen oder organischen Stoffen den Kohlenstoff zur Kristallisation als Diamant zu veranlassen, scheiterten, so daß auch aller Grund besteht, die früher veröffentlichten angeblichen Diamantbildungen aus derartigen Medien zu bezweifeln, mit der einzigen Ausnahme der be-

rühmten Diamantsynthesen von *Henri Moissan*. Es ist *Ruff* wiederum nachzuweisen gelungen, daß wirklich bei der Abkühlung einer Lösung von Kohlenstoff in flüssigem Eisen neben viel Graphitsubstanz auch etwas Diamant zur Kristallisation gelangt. Bemerkenswert ist noch, daß *Ruff* dem sogenannten Innendruck bei der Diamantsynthese nach *Moissan* keine besondere Rolle zuzuschreiben geneigt ist, aus dem einfachen Grunde, weil er annimmt, daß in dem stark graphithaltigen, sehr weichen Metall ein solcher gar nicht zustandekommen könnte. Sehr beachtenswert sind die Andeutungen, welche *Ruff* bezüglich künftiger Versuche über die Diamantsynthesen unter hohem Außendruck macht. Nach vorläufigen Experimenten, welche bei Drucken bis zu 3000 atm angesetzt wurden, hat allerdings eine Darstellung des überaus merkwürdigen Minerales immer noch nicht glücken wollen. Immerhin dürfen wir auf die Fortsetzung der kühnen und weitausschauenden Experimentalarbeit *Ruffs* mit besonderer Spannung warten.

Wilhelm Eitel, Frankfurt a. M.

Mitteilungen aus verschiedenen Gebieten.

Untersuchungen über die Assimilation der Kohlensäure. *II. Über die Baeyersche Assimilationshypothese. III. Über das Verhalten des kolloiden Chlorophylls gegen Kohlensäure*, Ber. d. d. Chem. Ges. *50*, 1777, 1791 (1917) (*Rich. Willstätter* und *Arth. Stoll*, Chem. Labor. Akad. München). Während *A. v. Baeyer* 1870 angenommen hatte, daß das *Kohlendioxyd bei der Assimilation in Formaldehyd* übergeht, und aus diesem Kohlehydrate entstehen, waren später von *Baur* sowie von *Bredig* u. a. Bedenken gegen diese Annahme ausgesprochen worden, da der Potentialhub von CO_2 zum HCOH enorm hoch und unwahrscheinlich sei. Man dachte eher an die primäre Entstehung von Oxalsäure, Ameisensäure u. ä., wobei also zunächst eine elektrolytische Spaltung des *Wassers* eintritt, die zu einer Abgabe von Sauerstoff und Reduktion des CO_2 zu H COOH führt. *Willstätter* entscheidet diese Frage durch Messung des *assimilatorischen Quotienten*, Kohlensäureverbrauch durch O-Abgabe $\frac{CO_2}{O}$, der beim Übergang von CO_2 in Oxalsäure = 4, in Ameisensäure = 2, *in Formaldehyd dagegen = 1 sein muß*. Findet man also experimentell $\frac{CO_2}{O} = 1$, so ist erwiesen, daß CO_2 direkt in HCOH übergeht. Die Bestimmung dieses Quotienten ist schwierig, da neben der Assimilation die umgekehrt verlaufende *Atmung* einhergeht. *Willstätter* vermindert die Fehler der ungenauen Trennung beider Vorgänge durch maximale Steigerung des Assimilationsprozesses, so daß der umgekehrte Prozeß nur noch 3—5 % davon beträgt. Die Assimilation geschieht bei hoher Temperatur, intensivem Licht und reichem CO_2-Gehalt (5 bis 6 %). Die Assimilation schwankte pro 10 g Pflanze etwa um 0,1 g CO_2 in der Stunde. *Der Quotient betrug stets 1,0 mit ganz geringen Schwankungen.* Nur bei den Blättern von Sukkulenten wurden stets niedrigere Quotienten gefunden, da diese im Dunklen reichlich organische Säuren bilden, die dann im Licht wieder oxydiert werden (Opuntia, Phyllocactus). Nach deren Verbrauch bei längerer Belichtung steigt der Assimilationsquotient auch hier gegen 1 an. Ein höherer Assimilationsquotient ist niemals gefunden worden. Damit ist die intermediäre Bildung anderer Substanzen ausgeschlossen und erwiesen, daß *der gesamte O des CO_2 während der Assimilation entbunden* wird. Eine Aufklärung über den Mechanismus dieser Reaktion gibt die *zweite Mitteilung*. Es wird der Nachweis geführt, daß kolloides Chlorophyll mit Kohlendioxyd ein dissoziierendes Additionsprodukt bildet. Das absorbierte Licht leistet im Chlorophyllmolekül selbst, dessen Bestandteil die Kohlensäure durch ihre Anlagerung an den Magnesiumkomplex wird, seine chemische Arbeit, indem es durch eine Neugruppierung der Valenzen *die Kohlensäure in eine für freiwilligen Zerfall geeignete Form isomerisiert*. Es läßt sich durch die Bestimmung des assimilatorischen Koeffizienten nicht entscheiden, ob am Chlorophyll selbst in einem Hube die Umwandlung der Kohlensäure unter Energieaufnahme erfolgt oder in mehreren Stufen, aber es ist zu schließen, daß das Chlorophyll erst dann, wenn aus einem Molekül Kohlendioxyd der gesamte Sauerstoff entbunden worden ist, für die Aufnahme und Umformung eines neuen Moleküls Kohlensäure frei wird. Kolloidale wässerige Chlorophyll-Lösungen werden durch CO_2 unter Abspaltung von Magnesiumbikarbonat zersetzt. Dabei entsteht ein Zwischenprodukt, eine dissoziable Verbindung von Chlorophyll mit Kohlensäure, die bei Druckverminderung die Kohlensäure wieder abgibt. Es wird eine der Bindungen des Mg an den Pyrrolstickstoff gelöst und H_2CO_3 an das Mg angelagert. In den Blättern selbst scheint der Vorgang etwas anders zu verlaufen, als bei reinem Chlorophyll, die Zersetzung durch Kohlensäure geht schwieriger vor sich; vielleicht addiert sich nicht Kohlensäure selbst, sondern ein Derivat. Der weitere Weg der Assimilation ist vermutlich der, daß sich die gebundene Kohlensäure unter Energieaufwand in eine *peroxydartige Verbindung* umlagert. Dieses Formaldehydperoxyd wird dann unter Sauerstoffabgabe zu HCOH gespalten und als Formaldehyd durch ein Ferment vom Chlorophyllkern abgespalten. Ein Zwischenprodukt kommt demnach *frei* nicht in Betracht, bleibt vielmehr am Chlorophyll gebunden.



C. O.

Über Eierfäulnis. Von Prof. Dr. *A. Postolka*. 42 mäßig verpilzte Hühnereier verschiedenster Provenienz wurden einen Monat bei Zimmertemperatur, hierauf zwei Monate im Eiskasten aufbewahrt. Nach dieser Zeit waren die meisten stark verdorben. Die Eier wurden mit Bleizuckerlösung bestrichen, worauf alle Eier an den bestrichenen Stellen hell- bis dunkelbraune Färbung zeigten. Als Resultat ergab sich, daß die Schwefelwasserstoffreaktion an der Eischale nicht immer im geraden Verhältnis zum Vorhandensein des üblen Geruches der Eier steht. Die für die Beurteilung der Güte von Eiern oft angewandte *Schwimmprobe erwies sich als vollständig unverläß-*

lich. Gleiches gilt von der Schüttelprobe (dem Schwappen). Die bei den nachfolgenden zwei Versuchsreihen verwendeten Eier wurden weder desinfiziert noch gereinigt, weil es sich zunächst darum handelte, überhaupt faule Eier zu bekommen. Nebenher wurde auch die Frage gestellt, unter welchen Umständen und in welcher Zeit es gelingt, gesunde Eier zum Verderben zu bringen, um hieraus Schlüsse auf ihre Konservierfähigkeit zu ziehen. Erste Versuchsreihe: 19 Kalkeier wurden in Gurkengläser in so geringer Zahl gelegt, daß sie deren Boden bedeckten. Über sie wurde Leitungswasser gegossen, daß die Eier eventuell schwimmen konnten. Darauf kam ein Gemenge vom Inhalt eines unverdorbenen Eies mit Wasser und Bouillon. Die Eier blieben dem Einflusse von Sonne und Staub ausgesetzt. Die Einbettungsflüssigkeit wurde trüb und roch fäkulent. Nach 32- bis 40-tägigem Liegen in dieser Flüssigkeit waren alle Eier genußuntauglich geworden. Außer dreien zeigten die übrigen Eier eine höhere Transparenz als gesunde, wobei sich der Dotterschatten, der in allen Fällen stark beweglich war, durch seinen zumeist in der Mitte sehr dunklen bis nahezu schwarzen Farbenton in auffälliger Weise von dem hell durchscheinenden Eiweiß abhob. Diese Erscheinung hält *Postolka* für ein marktpolizeilich verwertbares Verdachtsmoment. Sie ist jedoch kein unbedingtes Zeichen von Verderbnis, wie aus dem Befund von vier der untersuchten Eier hervorgeht. Das Ergebnis der bakteriologischen Untersuchung der 19 Kalkeier ließ keine Gesetzmäßigkeit gegenüber Auftreten von Ammoniak, Schwefelwasserstoff und Lackmusreaktion erkennen. Zweite Versuchsreihe: 18 Kalkeier wurden zu je zwei ohne besondere Vorsicht der Infektion mit Sarcina flava, Bacillus mesentericus, Bacillus prodigiosus, Bacillus subtilis, Bacterium coli, Bacillus pyocyaneus, Staphylococcus pyogenes aureus, Proteus vulgaris, Bacterium fluorescens und Abortus-Bacillus ausgesetzt. Aus dieser Versuchsreihe ergab sich nur ein einziges gemeinsames Moment: die Zersetzung des Inhalts alter Eier. Die Durchleuchtung, die Reaktion des Eiweißes bzw. des Dottors gegen Lackmus ergab keine Richtlinien. Mit einer einzigen Ausnahme war in den infizierten Eiern Ammoniak zugegen. Bei der Schwimmprobe sanken trotz starker Zersetzung zwei Eier zu Boden, während ein Ei, obwohl es weder Ammoniak noch Schwefelwasserstoff enthielt, hoch schwamm. Demnach ergibt sich aus den Untersuchungen ein Fehlen irgendwelcher deutlicher spezifischer Gesetzmäßigkeiten in der Wirkung der verwendeten und gefundenen Bakterien auf den Inhalt des Eies, und wären weitere Versuche in größerem Umfange erwünscht. (*Wiener tierärztliche Monatsschrift*, 3. Jahrg., Heft 3, S. 101.) *W.*

Spektralflammen von sehr großer Leuchtkraft erhält man nach *G. A. Hemsalech* (*Phil. Mag.* [6] *34*, S. 243, 1917), *wenn man der Bunsenflamme noch Sauerstoff zuführt.* Zu diesem Zweck schließt man an den Brenner ein dreifaches Rohr an. Durch zwei Zuführungen treten Leuchtgas und Luft ein, während die dritte den Sauerstoff, der vorher durch einen elektrischen oder einen Gouyschen Zerstäuber gegangen ist, einströmen läßt. Der Brenner besteht aus einem Messingrohr von 6″ Länge und $^7/_8$″ Durchmesser und ist oben durch eine 6 mm dicke Messingplatte geschlossen, in welche vier nahe beieinander liegende Löcher von 2 mm gebohrt sind. Er gibt eine 12 bis 18″ lange Flamme von nur ½″ Durchmesser und eignet sich damit gut zur Vorführung der Spektra der leichter flüchtigen Elemente, wie der Alkalien und Erdalkalien, sowie des Kupfers. Man gibt dazu jedem der Hörer ein kleines Reflexionsgitter (wie man es durch Zerschneiden der Kopie von einem großen Gitter erhält); wenn das Licht der Flamme unter geeignetem Winkel auffällt, erblickt man die verschiedenen Linien des Spektrums. Die Anwendung eines Spaltes ist wegen der geringen Seitenausdehnung der Flamme nicht nötig. *B.*

Berichte gelehrter Gesellschaften.

Königliche Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam.

Proceedings. Band XX, Nr. 1.

H. A. Lorentz, Über Einsteins Theorie der Gravitation. III. In den beiden ersten Mitteilungen (*XIX*, S. 1341 und 1354) sind die Prinzipien der neuen Theorie dargestellt; *H. A. Lorentz* benutzt in der dritten Note das Hamiltonsche Prinzip zur Ableitung der Differentialgleichungen des Gravitationsfeldes und läßt dann allgemeine Betrachtungen über die Spannung-Energie-Komponenten des Gravitationsfeldes folgen. (*E. Freundlich.*)

H. A. Lorentz, Über Einsteins Theorie der Gravitation. IV. Die vierte Mitteilung enthält die Fortsetzung der Betrachtungen über die Eigenschaften der Spannung-Energie-Komponenten des Gravitationsfeldes in der Einsteinschen Theorie. (*E. Freundlich.*)

J. P. Treub, Über die Verseifung von Fetten. In den bei der Verseifung von Fetten stets vorliegenden Emulsionen derselben mit einem wässerigen Verseifungsmittel kann die Reaktion stattfinden in der wässerigen Phase, im Fett oder an der Grenzfläche beider Medien. Im ersten Fall wird die Reaktionsgeschwindigkeit bestimmt durch die Anzahl der Fettmoleküle, die in der wässerigen Phase gelöst sind. Die in Betracht zu ziehenden Geschwindigkeitsgleichungen werden diskutiert. Reaktionsverlauf im Fett ist unwahrscheinlich, da der Vorgang von der Gegenwart von Wasserstoff- oder Hydroxylionen abhängig ist. Die Verseifung findet hauptsächlich an der Berührungsfläche beider Phasen statt. Ihre Geschwindigkeit wird beherrscht von dem Werte der Oberflächenspannung zwischen Fett und verseifendem Agens. Durch die veränderliche Feinheit der Emulsionen beeinflußt, gestattet die Reaktionsgeschwindigkeit hier keinen Einblick in den Mechanismus der Umwandlung. Dem verschiedenen Verlauf der Verseifung bei Anwendung verschiedener verseifender Medien wird durch Gleichungen Rechnung getragen, in denen die Konzentrationszunahme der niederen Glyzeride an der Kontaktfläche berücksichtigt wird. (*H. Noth.*)

P. van Romburgh und *J. M. van der Zanden, Über Polymere von Methylchavicol.* (Vorläufige Mitteilung.) Die Verfasser untersuchen die schon früher von *van Romburgh* durch Erwärmen von Methylchavicol gewonnenen, jetzt in größerer Menge dargestellten Polymeren vom Schmp. 98° bzw. 166° und 200°. Außerdem erhalten sie dabei einen viszösen Sirup, aus dem weitere Mengen der kristallisierten Produkte abgeschieden werden können. Beim Erhitzen des Rückstandes auf 350° tritt eine weitere Umwandlung ein. Aus der entstehenden, leicht beweglichen Flüssigkeit kann *p*-Cresylmethyläther herausfraktioniert werden. (*H. Noth.*)

C. F. van Duin, Einwirkung organischer Magnesiumverbindungen auf Cineol und Reduktion von Cineol. Analog der Einwirkung organischer Magnesiumver-

bindungen auf einfache innere Oxyde entstehen bei der Einwirkung auf Cineol zuerst Additionsverbindungen. Beim Erwärmen derselben entstehen in heftiger Reaktion Methan und Kohlenwasserstoffe $C_{10}H_{16}$. Versuche, das Cineol nach *Sabatier* und *Senderens* zu reduzieren, blieben erfolglos. (*H. Noth.*)

Miß M. A. van Herwerden, Über die Natur und die Bedeutung von Volutin in den Heft-Zellen. Verfasser bestätigt zunächst die Ergebnisse der Volutinarbeit von *Arthur Meyer* (Bot. Ztg. 1904). Überdies sind als neue Reaktionen angegeben: Bendafärbung und Pyronin + Methylgrün färben, Heidenhains Eisenhämatoxylin färbt nicht oder kaum, Neutralrot nicht. — Kulturen auf phosphorfreiem Nährboden enthalten kein Volutin; 9 Monate P-frei kultivierte Zellen bilden — auf P-haltigen Boden gebracht — in einigen Stunden Volutin; dazu ist nur P nötig, nicht Ca-Salze, nicht Ammoniumkarbonate, nicht Zucker, wie *Henneberg* (Centrbl. f. Bakt. II, Bd. 45, S. 56 ff.) schreibt. Gleichfalls im Widerspruch mit *Hennebergs* Angaben fand Verfasser, daß Katalase- und Zymasewirkung auch in volutinfreien Zellen möglich ist; ebenso sind 9 Monate lang volutinfreie Kulturen noch fähig zur Gärung. In bezug auf die chemische Zusammensetzung des Volutins schließt Verfasser sich *A. Meyers* Annahme, daß das Volutin wahrscheinlich eine Nukleinsäureverbindung ist, an. Außer auf die Bedeutung der Phosphorsäure für die Volutinbildung stützt sich Verfasser auf folgenden Versuch: volutinhaltige Torula wurde mit $\frac{n}{15}$ NaOH extrahiert und filtriert; Zusatz von 1 ccm 5-prozentiger H_2SO_4 auf 10 ccm des Filtrates ergab einen Niederschlag, ebenso behandelte volutinfreie Torula höchstens eine schwache Trübung. Das gleiche Ergebnis zeigten Versuche mit Saccharomyces cerevisiae. Im Anschluß an *A. Meyer* hält Verfasser das Volutin für einen Reservestoff, nicht für ein Enzym (wie *Henneberg* l. c. S. 60); seine Anwesenheit soll aber für das Leben und die Vermehrung der Zellen sowie für die Gärung nicht notwendig sein. Zum Beweise dieser letzten Behauptung hätte jedoch noch der Nachweis gebracht werden müssen, daß die Versuchsobjekte nicht nur keine Volutinkörner, sondern auch kein gelöstes Volutin enthielten. (*Fr. J. Meyer.*)

H. J. Waterman, Einfluß verschiedener Verbindungen auf die Zerstörung von Mono-Sacchariden durch Natriumhydroxyd und über die Inversion des Rohrzuckers durch Salzsäure. Konstitutionsformeln von „α-Aminosäure" und „Betain". Der Verfasser hat die Beobachtung gemacht, daß die Zerstörung solcher Mono-Saccharide wie Glukose, Galactose usw. durch basische Substanzen von einem Rückgange der optischen Drehung begleitet ist, während zu gleicher Zeit braune Färbung eintritt. Der Grad dieser Zerstörung läßt sich durch die Schnelligkeit des Rückganges der optischen Aktivität messen. Substanzen, welche keine oder nur geringe saure Eigenschaften besitzen, wie Glykokoll und Alanin, sind imstande, diese Zerstörung in beträchtlicher Weise herabzudrücken. In Gegenwart von Alkalien verhalten sich diese Körper wie einbasische Säuren, während sie in Gegenwart von Salzsäure so wie einbasische Alkalien wirken, wodurch sie die Schnelligkeit der Inversion des Rohrzuckers durch Salzsäure vermindern. Diese Erscheinung ist deshalb besonders bemerkenswert, weil sich Glykokoll und Alanin bei der Titration praktisch wie neutrale Körper verhalten. Der zerstörende Einfluß von Natronlauge auf Mono-Saccharide und der Einfluß auf die Inversion des Rohrzuckers gestattet uns, auf einem anderen als auf bisher bekanntem Wege zu entscheiden, ob eine Substanz saure oder basische Eigenschaften hat. Der reine amphotere Charakter von Glykokoll in alkalischer und in saurer Lösung ebenso wie das Verhalten von Betain, welches in alkalischer Lösung praktisch neutral und in saurer Lösung wie eine einbasische Säure reagiert, macht es wahrscheinlich, daß Glykokoll und Alanin in alkalischer und in saurer Lösung die offene Konstitutionsformel besitzen, während für neutrale Lösung eine Ringformel anzunehmen ist. Die Betain-Ringformel muß für neutrale und alkalische Lösungen angenommen werden, für saure Lösungen jedoch die offene Kette entsprechend folgenden Formeln:

Glykokoll.

CH_2-NH_2	⟵	CH_2-NH_2	⟶	CH_2-NH_3Cl.
$CO-OK$		$CO-O$		$CO-OH$.
In Alkali.		In Wasser.		In starken Säuren.

Betain.

$CH_2-N(CH_3)_3$		$CH_2-N(CH_3)_3Cl$.
$CO-O$		$CO-OH$.
In neutraler und alkalischer Lösung.		In stark saurer Lösung.

(*H. Pringsheim.*)

Th. de Donder, Über die Differentialgleichungen des Gravitationsfeldes. Der Verfasser sucht in dieser kurzen Note nachzuweisen, daß er in einer vorangehenden Arbeit über die Einsteinsche Gravitationstheorie (Zitlings Verlag Amst. XXV, 1916, p. 156, Arch. du Musei Teyler, Ser. 2, T. III) zu einem Resultate gelangt sei, das sich mit dem Ergebnis der Arbeit von *Einsteins* „Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie" (Sitz.-Ber. Kgl. Akad. d. Wiss., Berlin 1917) decke[1]). (*E. Freundlich.*)

B. P. Haalmeyer, Über elementare Flächen dritter Ordnung. Der Inhalt der Arbeit befaßt sich mit der Existenz gerader Linien auf Oberflächen dritter Ordnung. Ausgehend von gewissen Elementarkurven dritter Ordnung, mit denen sich *C. Jurl* (Proc. R. Acad. of Denmark, Ser. 7. T. 11, Nr. 2) beschäftigt hat, werden Elementaroberflächen dritter Ordnung eingeführt und die Existenz wenigstens einer geraden Linie auf diesen nachgewiesen. (*E. Freundlich.*)

Van Bemmelen und J. Boerema, Die halbtägliche Oscillation der freien Atmosphäre bis 10 km über dem Meeresspiegel nach Pilotballonbeobachtungen in Batavia. Die Verfasser haben versucht, Aufschluß zu erhalten über die Existenz einer täglichen oder einer halbtäglichen Periode der horizontalen Windgeschwindigkeit in größeren Höhen der freien Atmosphäre. Begünstigt durch die klimatischen Verhältnisse ihres Beobachtungsortes Batavia konnten sie dazu mit Erfolg die trigonometrische Verfolgung (Doppelvisierung) von Pilotballons benutzen und sich so von den Mängeln ähnlicher Beobachtungen auf Bergobservatorien befreien. Durch sorgfältige statistische Bearbeitung zahlreicher Pilotballonaufstiege ist es ihnen gelungen, zwar nicht die tägliche, aber die halbtägliche Periode der Windgeschwindigkeit bis zu Höhen von 10 km herauszuschälen und über deren Amplitude und Phase Zahlen zu ermitteln. Die Existenz einer solchen Periodizität der Windgeschwindigkeit folgt aus den klassischen Untersuchungen von *Margulis* über die elastischen Eigenschwingungen der Atmosphäre, sie wurde von *Hann* weiter verfolgt und aus den Beobachtungsergebnissen von Bergobservatorien nachgewiesen und ist neuerdings durch theoretische Untersuchungen, z. B. von *Sold* und *Schuster* weiter bearbeitet und auf geophysikalische Fragen angewandt worden, so daß die Untersuchung der Verfasser weiteres Interesse beanspruchen kann, zumal sie die Theorie bestätigt und zu deren Erörterungen anregt. (*R. Seeliger.*)

[1]) Behauptung und Beweis des Verfassers sind unrichtig. *E. Freundlich.*

Für die Redaktion verantwortlich: *Dr. Arnold Berliner*, Berlin W 9
Verlag von Julius Springer in Berlin W. 9. — Druck von H. S. Hermann in Berlin SW.